

ΤΑΞΗ: Γ ΛΥΚΕΙΟΥ κατεύθυνσης

ΑΣΚΗΣΗ 1

Προσδιορισμός της ροπής αδράνειας κυλίνδρου

Η ροπή αδράνειας I ενός κυλίνδρου μάζας M και ακτίνας R , ως προς τον άξονά του, δίνεται από τη σχέση

$$I = k M R^2,$$

όπου $k=1/2$ αν ο κύλινδρος είναι συμπαγής και $1/2 < k < 1$ αν πρόκειται για κυλινδρικό φλοιό.

Στην άσκηση αυτή θα προσδιορίσουμε αρχικά τη σταθερή k . Η μέθοδος που θα ακολουθήσουμε βρίσκεται πλησιέστερα στον Εργαστηριακό οδηγό. Χρησιμοποιούμε μόνο μια μέτρηση χρόνου και αυτό διευκολύνει τους χειρισμούς του μαθητή.

Στο σχήμα φαίνεται η διάταξη που χρησιμοποιούμε. Ο κύλινδρος ξεκινάει από την ανώτατη θέση α και φτάνει στη θέση β . Η κίνησή του είναι ομαλά επιταχυνόμενη και υποθέτουμε ότι έχουμε μόνο κύλιση. Τότε ισχύει

$$x = \frac{1}{2} a t^2 \quad a = \frac{g \eta \mu \phi}{1 + k} \quad \text{και} \quad \eta \mu \phi = \frac{h}{S}$$

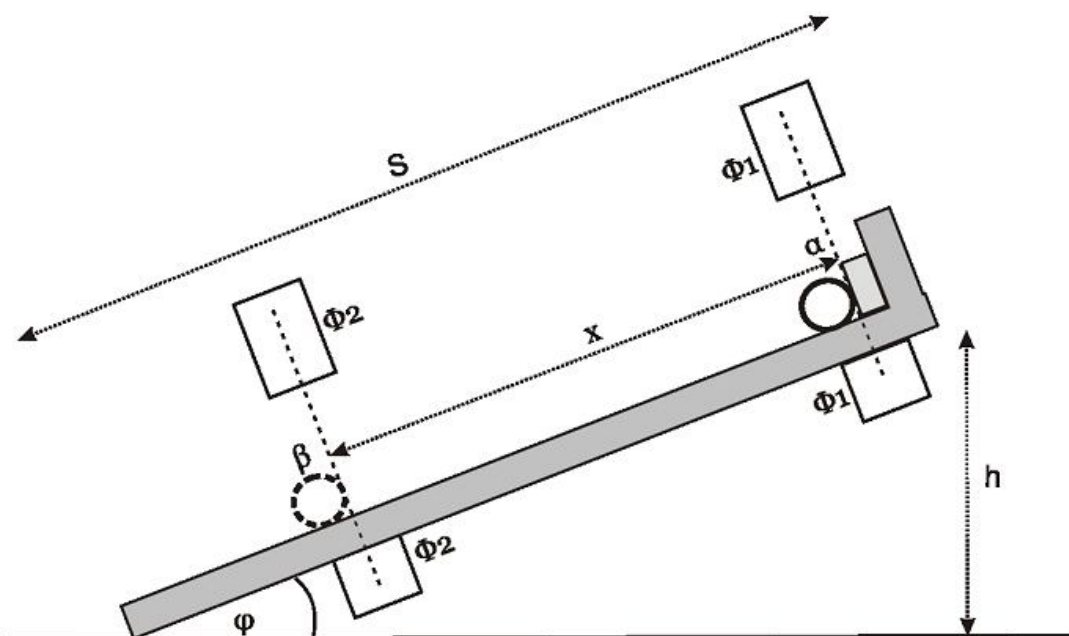
Αντικατάσταση στη μετατόπιση x δίνει

$$x = \frac{1}{2} \frac{g}{1 + k} \frac{h}{S} t^2 \quad (1)$$

$$\text{ή} \quad 1 + k = \frac{1}{2} \frac{g}{x} \frac{h}{S} t^2. \quad (2)$$

1 Η πειραματική διάταξη

Χρησιμοποιούμε το πλάγιο επίπεδο πολλαπλών χρήσεων. Αρχικά το πλάγιο επίπεδο οριζοντιώνεται με τη βοήθεια αλφαδιού.



Τα μετρούμενα μεγέθη είναι:

1. Το σταθερό μήκος x από το ανώτατο σημείο εκκίνησης μέχρι το σημείο β , στο μέσον της $\Phi 2$. Μετρίεται με τον κανόνα.
2. Η εκάστοτε ανύψωση h , μετρίεται με το ηλεκτρονικό παχύμετρο.
3. Ο εκάστοτε χρόνος t μεταξύ των $\Phi 1$ και $\Phi 2$. (Η ρύθμιση του χρονομέτρου είναι $F2$.)

Το S δίνεται από τον κατασκευαστή, $S=36,5 \text{ cm}$.

Παρατηρήσεις σχετικά με τη χρήση των φωτοπυλών (Φ):

Για τη μέτρηση του t χρησιμοποιούμε δύο φωτοπύλες ($\Phi 1$ και $\Phi 2$) και το χρονόμετρο έχει τη ρύθμιση $F2$. Με αυτή τη ρύθμιση καταγράφεται ο χρόνος t : έξοδος από τη $\Phi 1$ - έξοδος από τη $\Phi 2$. Προκειμένου ο κύλινδρος να έχει μηδενική αρχική ταχύτητα όταν εξέρχεται από τη $\Phi 1$, φροντίζουμε ώστε μόλις ξεκινά, να βρίσκεται πάνω από τη δέσμη της φωτοπύλης (διακεκομμένη γραμμή, θέση α στο σχήμα). Αυτό επιτυγχάνεται π.χ. με την τοποθέτηση ενός συνδέσμου τύπου Γ στο πάνω μέρος της διαδρομής, και ο κύλινδρος τοποθετείται σε αυτό το σημείο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τον συγκρατούμε ελαφρά στη θέση α και τον ελευθερώνουμε. Επαναλαμβάνουμε αρκετές φορές ώστε οι λαμβανόμενες τιμές να είναι παραπλήσιες.

2 Ενδεικτικές μετρήσεις, εξαγόμενα

$$x=19,6 \text{ cm}, \quad S=36,5 \text{ cm}, \quad g=981 \text{ cm/s}^2$$

κυλινδρικός φλοιός			συμπαγής κύλινδρος	
h cm	t s	1+k	t s	1+k
1.04	1.76	2.21	1.51	1.62
1.44	1.46	2.10	1.25	1.54
2.17	1.13	1.90	0.98	1.43
3.16	0.93	1.87	0.8	1.39
3.76	0.85	1.86	0.73	1.38
5.09	0.72	1.81	0.63	1.38
6.83	0.62	1.80	0.54	1.36
7.84	0.57	1.74	0.5	1.35
μέσος όρος:		1.91		1.43

Στον παραπάνω πίνακα φαίνονται ενδεικτικές τιμές των μετρήσεων. Χρησιμοποιείται η σχέση (1) για τον υπολογισμό του k.

Άρα συμπαγής κύλινδρος: **k=1,43**, σφάλμα = 5%
 και κυλινδρικός φλοιός: **k=1,91**, σφάλμα = 4,5%

Οι μάζες και οι ακτίνες των κυλίνδρων βρίσκονται:

συμπαγής κύλινδρος: **m1=43 gr, R1=0,493 cm**
 κυλινδρικός φλοιός: **m2=3,3 gr, R2= 0,695 cm**

Άρα οι ροπές αδράνειας είναι:
 συμπαγής κύλινδρος **I1 = 14,94 10⁻⁷ kgm²**
 κυλινδρικός φλοιός **I2 = 3,44 10⁻⁷ kgm²**

3 Η γραφική παράσταση

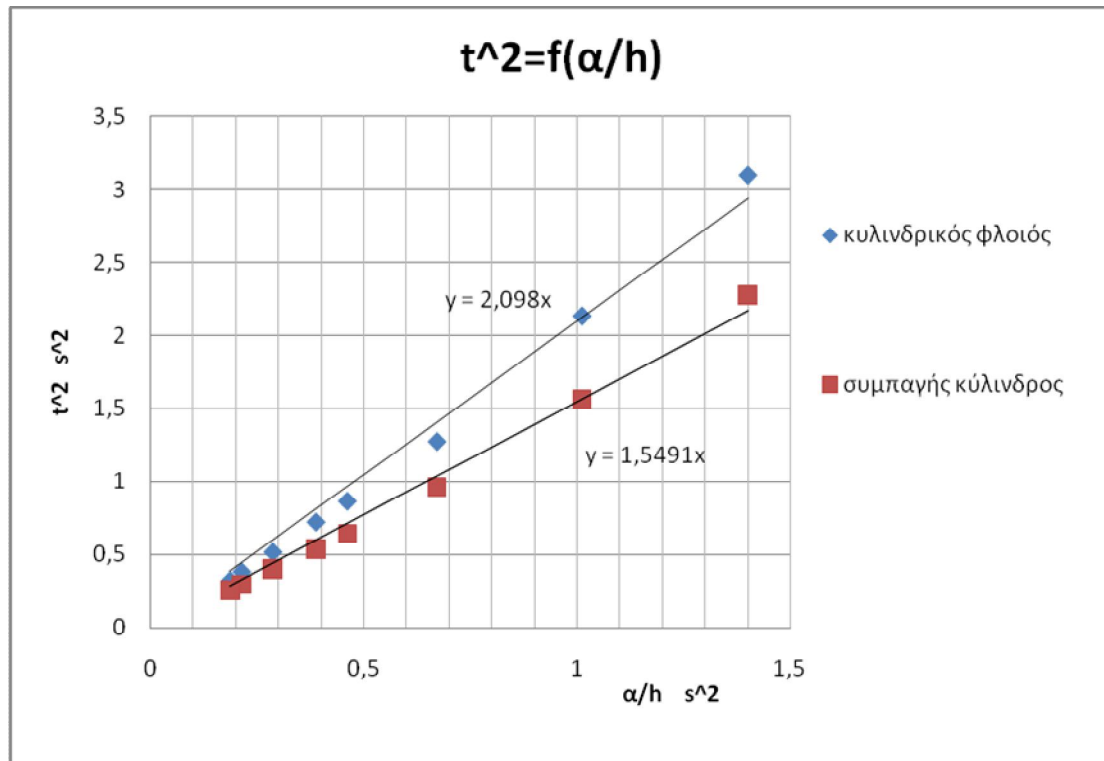
Η σχέση (2) γράφεται και ως $t^2 = (1+k) \frac{2 \times S}{g} \frac{1}{h}$

ή $t^2 = (1+k) \frac{\beta}{h}$ όπου $\beta = \frac{2xS}{g}$,

που είναι κατάλληλη για τη γραφική παράσταση.

Ή, με βάση τα σταθερά μεγέθη του πειράματος, $t^2 = (1+k) 1,45 \frac{1}{h}$.

Παρακάτω φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις $t^2 = f(\beta/h)$, όπου $\beta=1,45 \text{ s}^2 \text{ cm}$.
 Από την κλίση τους βρίσκουμε το k



4 Σφάλματα

Τα σφάλματα υπολογίστηκαν με βάση τη θεωρητική τιμή. Από την (2) φαίνεται ότι υπάρχει ένα συστηματικό σφάλμα από τη μέτρηση του x , της τάξης του 3% (δηλ. «χάνουμε» 0,5mm στα 20 cm).

Παρατηρούμε ότι τα γραφήματα δεν είναι εντελώς ευθείες. Αυτό οφείλεται στην ολίσθηση που, ενδεχομένως αρχίζουν να εκτελούν οι κύλινδροι καθώς το h αυξάνεται. Επίσης οι κύλινδροι έχουν αποκτήσει ήδη μια μικρή ταχύτητα όταν διέρχονται από τη φωτοπύλη Φ1.